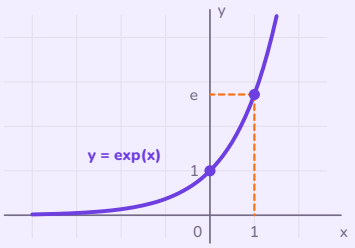
MATHÉMATIQUES (SPÉCIALITÉ) · PREMIÈRE GÉNÉRALE

La fonction exponentielle

7 notions, l'essentiel à retenir et les pièges à éviter.



1 Définition et nombre e

exp' = exp et exp(0) = 1

- exp est l'unique fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que exp' = exp et exp(0) = 1.
- exp(x) × exp(−x) = 1 : exp ne s'annule jamais.
- e = exp(1) ≈ 2,718 ; on note exp(x) = e puissance x.

2 Propriétés algébriques

exp(a + b) = exp(a) × exp(b)

- Produit : on additionne les exposants. Quotient : on les soustrait.
- exp(−a) = 1 / exp(a) et exp(na) = $(\exp(a))^n$ pour n entier relatif.
- Une somme exp(a) + exp(b) ne se simplifie pas.

3 Signe, variations, courbe

- exp(x) > 0 pour tout réel x.
- exp' = exp > 0 : exp est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- La courbe passe par (0 ; 1) et (1 ; e) ; tangente en 0 : y = x + 1.

4 Suites géométriques

- u_n = exp(na) définit une suite géométrique de premier terme 1 et de raison exp(a).
- a > 0 : suite croissante. a < 0 : suite décroissante.

5 Fonctions exp(kx)

- La dérivée de exp(kx) est k exp(kx) ; celle de exp(ax + b) est a exp(ax + b).
- k > 0 : strictement croissante. k < 0 : strictement décroissante.

6 Modéliser

- $f(t) = A\exp(kt)$: $f(0) = A$ et $f' = kf$.
- Par unité de temps, la grandeur est multipliée par $\exp(k)$: taux d'évolution $\exp(k) - 1$.

7 Équations et inéquations

- $\exp(a) = \exp(b) \Leftrightarrow a = b$; $\exp(a) < \exp(b) \Leftrightarrow a < b$.
- Écris $1 = \exp(0)$ et $e = \exp(1)$ pour comparer les exposants.

Pièges à éviter

- $\exp(-a)$ est l'inverse de $\exp(a)$, jamais un nombre négatif.
- Confondre $(\exp(a))^n = \exp(na)$ et $\exp(a) \times \exp(b) = \exp(a + b)$.
- La dérivée de $\exp(3x)$ est $3\exp(3x)$: l'exposant ne change pas.
- $\exp(x) = m$ n'a aucune solution si $m \leq 0$.
- Le taux d'évolution d'un modèle $A\exp(kt)$ est $\exp(k) - 1$, pas k.