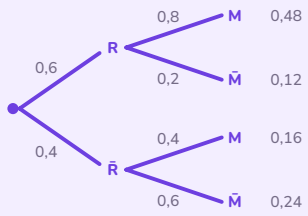
MATHÉMATIQUES (SPÉCIALITÉ) · PREMIÈRE GÉNÉRALE

Les probabilités conditionnelles

6 notions, l'essentiel à retenir et les pièges à éviter.



1 Probabilité conditionnelle

$$P_A(B) = P(A \cap B) / P(A)$$

- Si $P(A) \neq 0$, la probabilité de B sachant A est $P_A(B) = P(A \cap B) / P(A)$.
- « Sachant A » : A devient le nouvel univers. $P_A(B) + P_A(\bar{B}) = 1$.
- En général, $P_A(B) \neq P_B(A)$: l'indice est l'événement connu.

2 Arbres pondérés

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$$

- Premier niveau : $P(A)$ et $P(\bar{A})$. Second niveau : probabilités conditionnelles.
- Les branches issues d'un même nœud ont une somme égale à 1.
- Un chemin est une intersection : on multiplie les probabilités de ses branches.

3 Tableaux croisés

- $P(A \cap B)$: effectif de la case divisé par le total général.
- $P_A(B)$: effectif de la case divisé par le total de A (ligne ou colonne).

4 Probabilités totales

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)$$

- Partition : événements deux à deux incompatibles, de probabilités non nulles, de réunion l'univers.
- P(B) est la somme des probabilités des chemins qui mènent à B.
- Pour « remonter » l'arbre : $P_B(A) = P(A \cap B) / P(B)$.

5 Indépendance

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

- A et B indépendants : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, soit $P_A(B) = P(B)$ si $P(A) \neq 0$.
- Si A et B sont indépendants, $\bar{A}$ et B le sont aussi.
- Incompatibles ($A \cap B = \emptyset$) et de probabilités non nulles : jamais indépendants.

6 Deux épreuves indépendantes

$$P((x\,;\,y)) = P(x) \times P(y)$$

- Une issue est un couple ; sa probabilité est le produit des probabilités.
- Tirage avec remise : épreuves indépendantes. Sans remise : le second tirage dépend du premier.

Pièges à éviter

- Confondre $P_A(B)$ et $P_B(A)$: repère l'événement connu.
- Diviser par le total général au lieu du total de l'événement connu.
- Additionner les branches d'un même chemin au lieu de les multiplier.
- Croire que des événements incompatibles sont indépendants.
- Traiter un tirage sans remise comme un tirage avec remise.