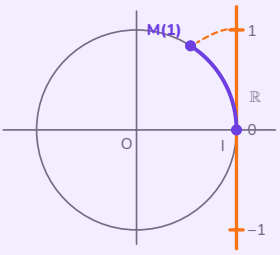
MATHÉMATIQUES (SPÉCIALITÉ) · PREMIÈRE GÉNÉRALE

Fonctions trigonométriques

6 notions, l'essentiel à retenir et les pièges à éviter.



1 Cercle trigonométrique

Longueur du cercle : 2π

- Cercle de centre O et de rayon 1, parcouru dans le sens direct.
- À chaque réel x correspond un point M(x), en partant de I(1 ; 0).
- x et x + 2kπ, avec k entier relatif, ont le même point image.

2 Le radian

π rad = 180°

- 1 rad intercepte un arc de longueur 1 sur le cercle trigonométrique.
- Degrés vers radians : × π/180 ; radians vers degrés : × 180/π.

3 Cosinus et sinus

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

- M(x) a pour coordonnées (cos x ; sin x).
- $-1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$.
- En 0, π/6, π/4, π/3, π/2 : cos vaut 1, $\sqrt{3}/2$, $\sqrt{2}/2$, 1/2, 0 ; sin les mêmes valeurs en ordre inverse.

4 Angles associés

- cos(−x) = cos x et sin(−x) = −sin x.
- cos(π − x) = −cos x et sin(π − x) = sin x.
- cos(π + x) = −cos x et sin(π + x) = −sin x.
- cos(π/2 − x) = sin x et sin(π/2 − x) = cos x.

5 Fonctions cosinus et sinus

- Définies sur $\mathbb{R}$ et 2π-périodiques.
- cos est paire (courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées), sin est impaire (symétrique par rapport à l'origine).
- Sur $[0 ; \pi]$: cos décroît de 1 à -1 ; sin croît de 0 à 1 sur $[0 ; \pi/2]$, puis décroît jusqu'à 0.

6 Équations cos x = a et sin x = a

- Aucune solution si $a > 1$ ou $a < -1$.
- $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = -\alpha + 2k\pi$.
- $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = \pi - \alpha + 2k\pi$.
- On ne garde que les solutions de l'intervalle demandé.

Pièges à éviter

- Calculer avec une calculatrice réglée en degrés quand l'énoncé est en radians, ou l'inverse.
- Écrire π rad = 360° : c'est un tour complet, 2π rad, qui vaut 360°.
- Oublier le signe : $\sin x \geq 0$ sur $[0 ; \pi]$, mais $\cos x \leq 0$ sur $[\pi/2 ; \pi]$.
- Confondre $\cos(\pi - x) = -\cos x$ et $\sin(\pi - x) = \sin x$.
- Oublier la seconde solution d'une équation, ou garder une solution hors de l'intervalle.