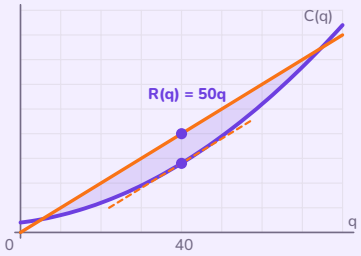
MATHÉMATIQUES · PREMIÈRE STMG

Dérivation

6 notions, l'essentiel à retenir et les pièges à éviter.



1 Taux de variation et nombre dérivé

$$\text{Taux} = [f(b) - f(a)] / (b - a)$$

- Taux de variation entre a et b : coefficient directeur de la sécante (AB).
- Quand b se rapproche de a, ce taux se rapproche du nombre dérivé f'(a).
- Interprétation : vitesse moyenne, puis vitesse instantanée.

2 Tangente

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

- Droite passant par A(a ; f(a)), de coefficient directeur f'(a).
- Lecture graphique : avancer de 1 sur la tangente, lire de combien elle monte ou descend.
- f'(a) = 0 : tangente horizontale.

3 Fonction dérivée

$$(u + v)' = u' + v' \cdot (ku)' = ku'$$

- $k \to 0$; $x \to 1$; $x^2 \to 2x$; $x^3 \to 3x^2$.
- Un polynôme de degré 3 au plus se dérive terme à terme.
- Une constante ajoutée disparaît ; un coefficient multiplicateur reste.

4 Signe de f' et variations

- Sur un intervalle : $f' \geq 0$, f croissante ; $f' \leq 0$, f décroissante ; $f' = 0$, f constante.
- Méthode : calculer f', étudier son signe (forme factorisée), dresser le tableau.

5 Extremums

- f' s'annule en changeant de signe en a : extremum en a (+ puis − : maximum ; − puis + : minimum).
- Sur un intervalle fermé, comparer les extremums locaux et les valeurs aux bornes.
- Écarter les solutions de f'(x) = 0 hors de l'intervalle.

6 Applications économiques

$$B(q) = R(q) - C(q)$$

- Coût marginal C'(q) : environ le coût d'un objet de plus, C(q + 1) − C(q).
- Recette R(q) = prix × q ; bénéfice B = R − C.
- Bénéfice maximal là où B' s'annule en passant de + à −.

Pièges à éviter

- Oublier de diviser par b − a dans le taux de variation.
- Oublier + f(a) dans l'équation de la tangente.
- Conclure à un extremum dès que f'(a) = 0 : x^3 en 0 en est un contre-exemple.
- Lire les variations sur le signe de f au lieu de celui de f'.
- Oublier les parenthèses dans B(q) = R(q) − C(q).
- Oublier de comparer avec les valeurs aux bornes de l'intervalle.