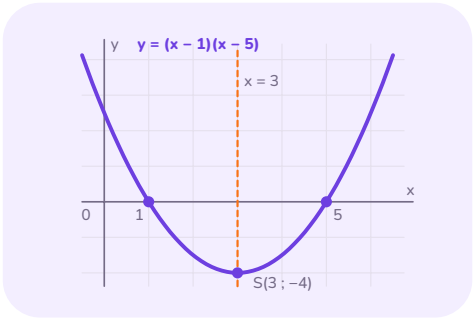
MATHÉMATIQUES · PREMIÈRE STMG

Fonctions polynômes

7 notions, l'essentiel à retenir et les pièges à éviter.



1 La fonction $x \mapsto ax^2$

- Parabole de sommet l'origine, symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- $a > 0$: tournée vers le haut, minimum 0 en 0 ; $a < 0$: vers le bas, maximum 0 en 0.
- $x^2 = c$: deux solutions $\sqrt{c}$ et $-\sqrt{c}$ si $c > 0$; 0 si $c = 0$; aucune si $c < 0$.

2 Forme factorisée du degré 2

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2),\ a \neq 0$$

- Les racines de $a(x - x_1)(x - x_2)$ sont x_1 et x_2.
- Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.
- Racines et un autre point connus : on remplace x pour trouver a.

3 Axe de symétrie et sommet

$$x = (x_1 + x_2) / 2$$

- L'axe de symétrie est la droite verticale passant au milieu des racines.
- Le sommet a pour abscisse ce milieu, et pour ordonnée son image.
- $a > 0$: minimum au sommet ; $a < 0$: maximum au sommet.

4 Signe et inéquations

- Tableau de signes : une ligne par facteur, puis la règle des signes.
- Degré 2 : signe de a à l'extérieur des racines, signe contraire entre elles.
- Inégalité stricte : racines exclues ; large : racines incluses.

5 La fonction $x \mapsto ax^3$

- $a > 0$: croissante sur $\mathbb{R}$; $a < 0$: décroissante sur $\mathbb{R}$.
- Courbe symétrique par rapport à l'origine : $(-x)^3 = -x^3$.
- $x^3 = c$ a une seule solution ; si $c > 0$, c'est la racine cubique c^(1/3).

6 Degré 3 sous forme factorisée

- Les racines de $a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$ sont x_1, x_2 et x_3.
- Trois racines distinctes : le signe change à chaque racine.

7 Résoudre graphiquement

- $f(x) = k$: abscisses des points d'intersection avec la droite $y = k$.
- $f(x) \leq g(x)$: abscisses des points où la courbe de f est sous celle de g, ou la rencontre.

Pièges à éviter

- Prendre -2 pour racine de $x - 2$, ou 2 pour racine de $x + 2$.
- Compter le coefficient a parmi les racines.
- Oublier la solution négative de $x^2 = c$, ou en chercher deux pour $x^3 = c$.
- Confondre la valeur de l'extremum et l'abscisse où il est atteint.
- Lire des ordonnées au lieu d'abscisses dans une résolution graphique.