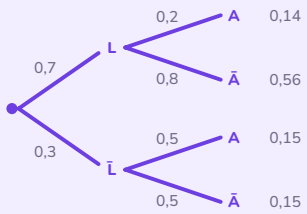
MATHÉMATIQUES · PREMIÈRE STMG

Probabilités

8 notions, l'essentiel à retenir et les pièges à éviter.



1 Tableaux croisés

- Une case compte les individus qui vérifient les deux critères ; les totaux donnent les fréquences marginales.
- Fréquence sur l'ensemble : effectif de la case divisé par le total général.
- Fréquence conditionnelle (« parmi… ») : effectif de la case divisé par le total du groupe de référence.

2 Probabilité conditionnelle

$$P_A(B) = P(A \cap B) / P(A)$$

- Si $P(A) \neq 0$, $P_A(B)$ est la probabilité de B sachant que A est réalisé.
- $P_A(B) + P_A(\bar{B}) = 1$.
- En général, $P_A(B) \neq P_B(A)$: l'indice est l'événement connu.

3 Arbre pondéré et probabilités totales

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)$$

- Premier niveau : $P(A)$ et $P(\bar{A})$; second niveau : probabilités conditionnelles.
- Branches d'un même nœud : somme égale à 1. Sur un chemin, on multiplie : $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$.
- $P(B)$ est la somme des chemins qui mènent à B. Pour remonter l'arbre : $P_B(A) = P(A \cap B) / P(B)$.

4 Indépendance

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

- A et B indépendants : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, soit $P_A(B) = P(B)$ si $P(A) \neq 0$.
- Incompatibles ($A \cap B = \emptyset$) et de probabilités non nulles : jamais indépendants.

5 Variable aléatoire et loi

$$p_1 + p_2 + p_3 + \ldots = 1$$

- X associe un nombre réel à chaque issue.
- Loi : tableau des valeurs de X et de leurs probabilités ; la somme des probabilités vaut 1.

6 Espérance

$$E(X) = p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 + \ldots$$

- Moyenne des valeurs pondérées par leurs probabilités, dans l'unité de X.
- Moyenne obtenue sur un très grand nombre de répétitions, pas forcément une valeur prise par X.
- Gain algébrique G = somme reçue − mise ; jeu équitable si E(G) = 0.

7 Épreuve de Bernoulli

$$P(X = 1) = p \text{ et } E(X) = p$$

- Deux issues : succès (probabilité p) et échec (probabilité 1 − p). X = 1 si succès, 0 sinon.
- Épreuves identiques et indépendantes : mêmes probabilités à chaque niveau de l'arbre.

Pièges à éviter

- Diviser par le total général au lieu du total du groupe de référence.
- Confondre PA(B) et PB(A) : repère l'événement connu.
- Additionner les branches d'un même chemin au lieu de les multiplier.
- Croire que des événements incompatibles sont indépendants.
- Calculer la moyenne simple des valeurs au lieu de l'espérance pondérée.