Fonctions affines & variations

5 repères pour comprendre, calculer et lire un graphique.

1 Fonction | 2 Affine | 3 Pente | 4 Variations | 5 Graphique

1 Une entrée, une seule image

Une fonction associe à chaque **x autorisé** un unique nombre **f(x)**.

x DOMAINE
Les valeurs de x autorisées.

→ **f** FONCTION
Une règle qui transforme x.

→ **f(x)** IMAGE
Le résultat obtenu pour x.

Antécédent de y : un x tel que f(x) = y. Il peut y en avoir zéro, un ou plusieurs.

Repère : si f(x) = 2x + 3, alors f(2) = 7. L'image de 2 est 7 ; 2 est un antécédent de 7.

2 Reconnaître une affine

$$f(x) = ax + b$$

a : coefficient directeur, la pente
b = f(0) : ordonnée à l'origine

AFFINE
a et b réels
Domaine : tous les réels

LINÉAIRE
b = 0 : f(x) = ax
Passe par l'origine

CONSTANTE
a = 0 : f(x) = b
Droite horizontale

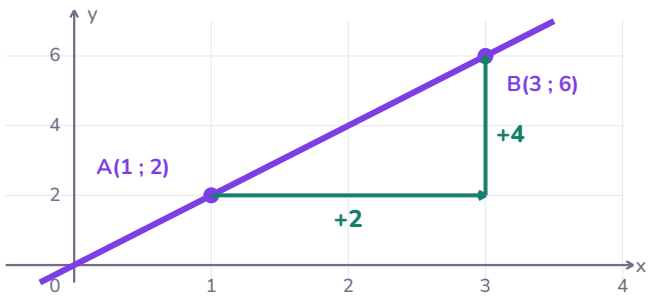
3 Deux points donnent la pente

A(xA ; yA) et B(xB ; yB)

$$a = \frac{yB - yA}{xB - xA}$$

$$b = yA - a \times xA$$

Puis écrire f(x) = ax + b.



Condition : xA ≠ xB

Ici : a = 4/2 = 2 et b = 0, donc f(x) = 2x.

Lire les variations & les courbes

Le bon réflexe : préciser le domaine et lire les abscisses.

4 Suivre les variations

a > 0 ↗
Strictement croissante

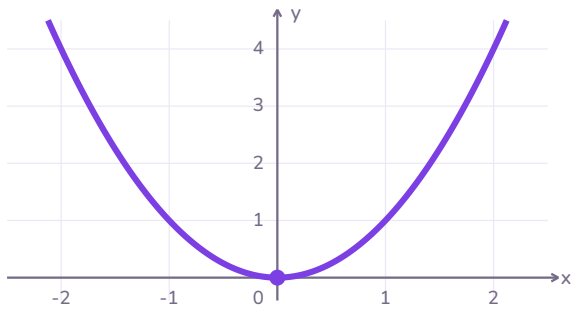
a < 0 ↘
Strictement décroissante

a = 0 →
Constante

Pour x1 < x2 : croissante au sens large si f(x1) ≤ f(x2) ; strictement si f(x1) < f(x2).

Une affine est croissante au sens large si a ≥ 0, décroissante au sens large si a ≤ 0.

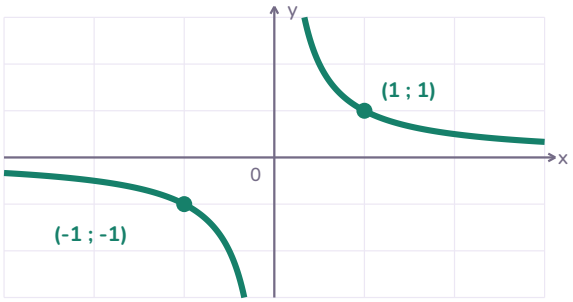
La fonction carré f(x) = x²



Domaine : tous les réels

Décroît sur]-∞ ; 0], croît sur [0 ; +∞[.

La fonction inverse f(x) = 1/x



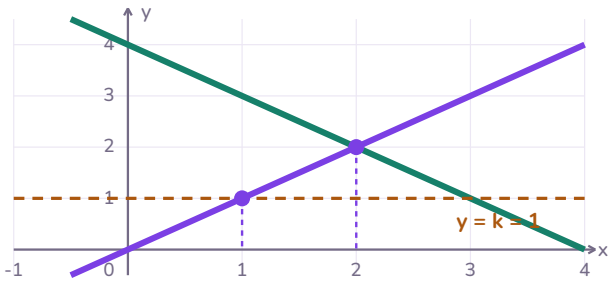
Domaine : tous les réels sauf 0

Décroît sur]-∞ ; 0[et sur]0 ; +∞[.

Minimum / maximum : plus petite / plus grande valeur atteinte sur l'intervalle.
Pour x², minimum 0 en x = 0. Pour 1/x, étudier les deux branches séparément.

5 Résoudre avec un graphique

f(x) = x **g(x) = -x + 4**



f(x) = k

Intersection avec la droite y = k.

Ici : x = 1

f(x) > k

f est au-dessus de la droite y = k.

Ici : x > 1

f(x) < g(x)

La courbe de f est sous celle de g.

Ici : x < 2

Inégalité stricte : exclure l'égalité. Une lecture est approchée ; le calcul confirme les valeurs exactes.