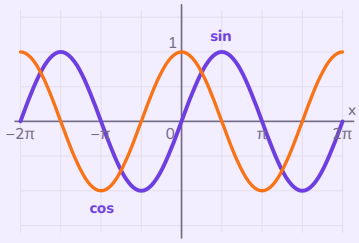
MATHÉMATIQUES · TERMINALE GÉNÉRALE

Fonctions sinus et cosinus

7 notions, l'essentiel à retenir et les pièges à éviter.



1 Rappels : cercle trigonométrique

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

- M(x) a pour coordonnées (cos x ; sin x) ; x en radians.
- $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$, $\cos(\pi/4) = \sqrt{2}/2$, $\cos(\pi/3) = 1/2$; $\sin(\pi/6) = 1/2$, $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$.
- $-1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$.

2 Périodicité et parité

- $\cos(x + 2\pi) = \cos x$ et $\sin(x + 2\pi) = \sin x$: période 2π.
- $\cos(-x) = \cos x$: paire, courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- $\sin(-x) = -\sin x$: impaire, courbe symétrique par rapport à O.
- On étudie sur $[0 ; \pi]$, puis on complète.

3 Dérivées

$$\sin' = \cos \cdot \cos' = -\sin$$

- $[\sin(ax + b)]' = a\cos(ax + b)$; $[\cos(ax + b)]' = -a\sin(ax + b)$.
- $(\sin u)' = u' \cos u$; $(\cos u)' = -u' \sin u$.
- Tangente à la courbe de sin en O : $y = x$.

4 Variations et courbes

- Sur $[0 ; \pi]$: cos décroît de 1 à −1.
- sin croît de 0 à 1 sur $[0 ; \pi/2]$, puis décroît de 1 à 0 sur $[\pi/2 ; \pi]$.
- Les courbes sont des sinusoïdes ; $\cos x = \sin(x + \pi/2)$.

5 Limite de sin(x)/x

$$\sin(x)/x \to 1 \text{ quand } x \to 0$$

- C'est le taux de variation de sin en 0 : limite sin'(0) = cos 0 = 1.
- sin(ax)/x = a × sin(ax)/(ax) tend vers a.
- De même, (cos x − 1)/x tend vers 0.

6 Équations

- Aucune solution si $a < -1$ ou $a > 1$.
- $\cos x = \cos \alpha \iff x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = -\alpha + 2k\pi$.
- $\sin x = \sin \alpha \iff x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = \pi - \alpha + 2k\pi$.
- sin(2x) = a : résoudre en 2x, puis diviser tout par 2.

7 Inéquations

- Résoudre l'équation, puis lire l'arc sur le cercle ou la portion de courbe.
- Sur $]-\pi ; \pi]$: $\cos x \geq 1/2 \iff x \in [-\pi/3 ; \pi/3]$.
- Sur $[0 ; 2\pi]$: $\sin x > 1/2 \iff x \in]\pi/6 ; 5\pi/6[$.

Pièges à éviter

- Écrire cos' = sin : c'est −sin.
- Oublier la deuxième famille de solutions (−α pour cos, π − α pour sin).
- Oublier le facteur a : [cos(3x)]' = −3 sin(3x).
- Pour sin(2x) = a, oublier de diviser 2kπ par 2.
- Calculer en degrés : dérivées et limites supposent des radians.