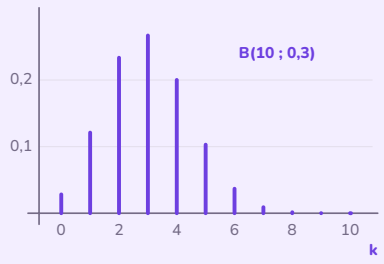
MATHÉMATIQUES · TERMINALE GÉNÉRALE

Épreuves indépendantes et loi binomiale

7 notions, l'essentiel à retenir et les pièges à éviter.



1 Épreuves indépendantes

$$P((x_1 ; \dots ; x_n)) = P(x_1) \times \dots \times P(x_n)$$

- Les résultats n'influent pas les uns sur les autres (lancers, tirages avec remise).
- Une issue est une liste ; l'univers est le produit cartésien des univers.
- La probabilité d'une liste est le produit des probabilités.

2 Épreuve et loi de Bernoulli

$$E(X) = p ; V(X) = p(1 - p)$$

- Deux issues : succès de probabilité p, échec de probabilité 1 − p.
- X vaut 1 en cas de succès, 0 sinon.

3 Schéma de Bernoulli et loi binomiale

$$P(X = k) = (k \text{ parmi } n) \times p^k \times (1 - p)^{(n - k)}$$

- Schéma de Bernoulli : n épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes.
- X, nombre de succès, suit la loi binomiale B(n ; p).
- Il y a « k parmi n » chemins à k succès, chacun de probabilité p^k (1 − p)^(n − k).

4 Espérance, variance, écart type

$$E(X) = np ; V(X) = np(1 - p)$$

- E(X) = np : nombre moyen de succès sur un grand nombre de répétitions.
- V(X) = np(1 − p) et σ(X) = $\sqrt{}$(np(1 − p)).

5 Probabilités cumulées

- $P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k - 1)$.
- $P(a \leq X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a - 1)$.
- Calculatrice : $P(X = k)$ et $P(X \leq k)$ (binomFdp, binomFRép sur TI ; Bpd, Bcd sur Casio).

6 Problèmes de seuil

$P(X \geq 1) = 1 - (1 - p)^n$

- Au moins un succès : $P(X \geq 1) = 1 - (1 - p)^n$.
- Plus petit n : résoudre $(1 - p)^n \leq$ seuil avec ln ; $\ln(1 - p) < 0$ change le sens.
- Plus petit a tel que $P(X \leq a) \geq 0{,}95$: tabuler $P(X \leq a)$ à la calculatrice.

Pièges à éviter

- Appliquer la loi binomiale à des tirages sans remise.
- Oublier le coefficient « k parmi n » dans $P(X = k)$.
- Écrire $P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k)$ au lieu de $1 - P(X \leq k - 1)$.
- Confondre la variance $np(1 - p)$ et l'écart type $\sqrt{(np(1 - p))}$.
- Oublier de changer le sens de l'inégalité en divisant par un ln négatif.