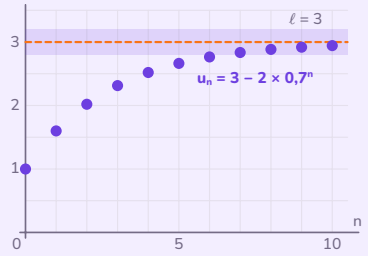
MATHÉMATIQUES · TERMINALE GÉNÉRALE

Suites et récurrence

7 notions, l'essentiel à retenir et les pièges à éviter.



1 Raisonnement par récurrence

- Initialisation : vérifier $P(n_0)$.
- Hérédité : supposer $P(n)$ vraie pour un $n \geq n_0$ fixé, démontrer $P(n+1)$.
- Conclusion : $P(n)$ est vraie pour tout $n \geq n_0$.

2 Suites $u_{n+1} = f(u_n)$

- Escalier avec la courbe de f et la droite $y = x$: on conjecture.
- Si f est croissante, $a \leq u_n \leq u_{n+1} \leq b$ donne $f(a) \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq f(b)$.
- On en tire sens de variation et bornes en une seule récurrence.

3 Limite d'une suite

- Converge vers ℓ : tout intervalle ouvert contenant ℓ contient tous les termes à partir d'un rang.
- Tend vers $+\infty$: tout intervalle $]A ; +\infty[$ contient tous les termes à partir d'un rang.
- Divergente : limite infinie ou aucune limite, comme $(-1)^n$.

4 Opérations et formes indéterminées

F.I. : $\infty - \infty$, $0 \times \infty$, ∞/∞, $0/0$

- Somme, produit, quotient : on combine les limites, avec la règle des signes.
- Polynôme ou quotient en n : factoriser par le terme de plus haut degré.

5 Comparaison et gendarmes

- $u_n \geq v_n$ et $v_n \to +\infty$: $u_n \to +\infty$. $u_n \leq w_n$ et $w_n \to -\infty$: $u_n \to -\infty$.
- $v_n \leq u_n \leq w_n$ avec v_n et w_n de même limite ℓ : $u_n \to \ell$.
- Encadrer $(-1)^n$, cos n ou sin n entre −1 et 1.

6 Monotonie et suites géométriques

$$1 + q + \ldots + q^n = (1 - q^{n+1})/(1 - q),\ q \neq 1$$

- Croissante et majorée, ou décroissante et minorée : convergente.
- Croissante et non majorée : limite $+\infty$.
- $q^n \to +\infty$ si $q > 1$; $q^n \to 0$ si $-1 < q < 1$; pas de limite si $q \leq -1$.

Pièges à éviter

- Supposer P(n) vraie « pour tout n » dans l'hérédité.
- Croire qu'une suite divergente tend forcément vers l'infini.
- Prendre le majorant pour la limite d'une suite croissante majorée.
- Conclure sur une forme indéterminée sans transformer l'écriture.
- Oublier le signe de u_0 pour la limite de $u_0 \times q^n$ avec $q > 1$.