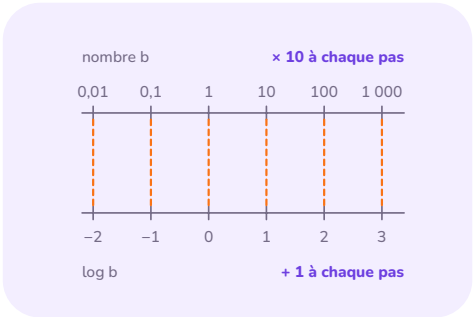
MATHÉMATIQUES · TERMINALE STMG

Fonction logarithme décimal

7 notions, l'essentiel à retenir et les pièges à éviter.



1 Définition

$$10^x = b \iff x = \log b$$

- Pour b > 0, log b est l'unique solution de 10^x = b.
- log 1 = 0, log 10 = 1, log 10^n = n. log 0 et log d'un négatif n'existent pas.

2 La fonction log

- Définie sur]0 ; +∞[, strictement croissante : elle conserve l'ordre.
- log x < 0 si 0 < x < 1 ; log x > 0 si x > 1. Courbe par (1 ; 0) et (10 ; 1).

3 Règles de calcul

$$\log(a^n) = n \log a$$

- log(ab) = log a + log b ; log(a / b) = log a − log b ; log(1 / b) = −log b.
- log(a^n) = n log a : l'exposant passe devant.

4 Équations

- a^x = b donne x = log b / log a (a > 0, a ≠ 1, b > 0).
- x^a = b avec x > 0 donne x = b^(1/a).

5 Inéquations et applications

- Si 0 < a < 1, log a < 0 : diviser par log a change le sens.
- Seuil : le plus petit entier qui convient. Capital à 3 % : $n \geq \log 2 / \log 1{,}03 \approx 23{,}45$, soit 24 ans.
- Taux moyen sur n périodes : CM^(1/n) − 1.

6 Ordre de grandeur

- N ≥ 1 a k chiffres quand $10^{k-1} \leq N < 10^k$, soit $k - 1 \leq \log N < k$.
- 2^100 : 100 log 2 ≈ 30,10, donc 31 chiffres.

Pièges à éviter

- Écrire log(a + b) = log a + log b : aucune formule pour une somme.
- Oublier de changer le sens en divisant par log a quand 0 < a < 1.
- Arrondir un seuil à l'entier inférieur : n > 8,31 donne n = 9.
- Diviser le taux global par le nombre d'années au lieu de calculer CM^(1/n).
- Confondre log(a^n) = n log a et (log a)^n.