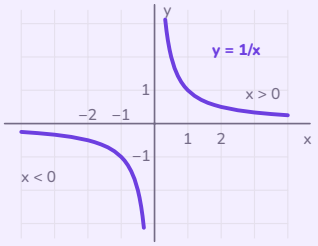
MATHÉMATIQUES · TERMINALE STMG

Fonction inverse et étude de fonctions

6 notions, l'essentiel à retenir et les pièges à éviter.



1 La fonction inverse

$$f(x) = 1/x,\ x \neq 0$$

- f(x) = 1/x est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{0\}$: on ne divise jamais par 0.
- 1/x a le même signe que x.
- x grand : 1/x proche de 0 ; x proche de 0 : 1/x très grand (en valeur absolue).

2 Courbe : l'hyperbole

- Deux branches, symétriques par rapport à l'origine.
- Les deux axes sont des asymptotes : la courbe s'en rapproche sans les toucher.

3 Dérivée et variations

$$(1/x)' = -1/x^2$$

- Taux de variation entre a et a + h : $-1/(a(a+h))$, qui se rapproche de $-1/a^2$.
- $f'(x) = -1/x^2 < 0$ pour tout $x \neq 0$.
- Décroissante sur $]-\infty ; 0[$ et sur $]0 ; +\infty[$, séparément.

4 Dériver une combinaison

$$(ax^3 + bx^2 + cx + d + k/x)' = 3ax^2 + 2bx + c - k/x^2$$

- Polynômes (rappel) : $(x^3)' = 3x^2$, $(x^2)' = 2x$, $(x)' = 1$, constante : 0.
- On dérive terme par terme ; k/x a pour dérivée $-k/x^2$.

5 Étudier une fonction

- Dériver, étudier le signe de f', dresser le tableau de variations.
- f' change de signe de − à + : minimum ; de + à − : maximum.
- Tangente en a : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.

6 Coût moyen

$$CM(q) = C(q) / q$$

- $CM(q) = C(q)/q$: coût par unité produite, prix unitaire minimal sans perte.
- $C(q) = q^2 + 50q + 400$ donne $CM(q) = q + 50 + 400/q$, minimal en $q = 20$: $CM(20) = 90$.

Pièges à éviter

- Écrire que $1/x$ est décroissante sur $\mathbb{R}\setminus\{0\}$: il faut deux intervalles séparés.
- Oublier le signe moins : la dérivée de $1/x$ est $-1/x^2$, pas $1/x^2$.
- Relier les deux branches de l'hyperbole à travers 0.
- Garder la solution négative de $x^2 = 4$ alors que $x > 0$.
- Confondre $f(a)$ et $f'(a)$ dans l'équation de la tangente.