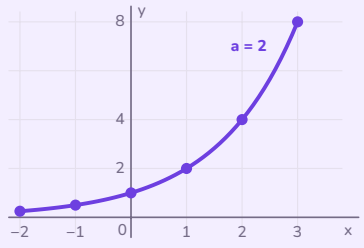
MATHÉMATIQUES · TERMINALE STMG

Fonctions exponentielles

6 notions, l'essentiel à retenir et les pièges à éviter.



1 La fonction x ↦ a^x

$$a^{-x} = 1 / a^x$$

- Pour a > 0, elle prolonge la suite géométrique (a^n) à tous les réels.
- $a^0 = 1$, $a^1 = a$, $a^{-x} = 1 / a^x$.
- $a^x > 0$: la courbe reste au-dessus de l'axe des abscisses.

2 Sens de variation

- a > 1 : croissante. 0 < a < 1 : décroissante. a = 1 : constante.
- f(x) = k × a^x : même sens que a^x si k > 0, sens inversé si k < 0.
- La courbe de a^x passe par (0 ; 1), celle de k × a^x par (0 ; k).

3 Propriétés algébriques

$$a^x \times a^y = a^{(x + y)}$$

- Produit : on additionne les exposants. Quotient : on les soustrait.
- Puissance d'une puissance : on multiplie les exposants, $(1{,}2^x)^2 = 1{,}44^x$.

4 L'exposant 1/n

- a^(1/n) est le nombre positif dont la puissance n-ième vaut a : 8^(1/3) = 2.
- a^(1/2) = $\sqrt{a}$. À la calculatrice : a^(1/n), avec les parenthèses.

5 Taux équivalents et moyens

$$tm = (1 + t)^{(1/12)} - 1$$

- Taux mensuel équivalent : tm = (1 + t)^(1/12) − 1. Pour 6 % par an : environ 0,487 % par mois.
- Taux annuel moyen sur n années : tM = CM^(1/n) − 1. +10 %, −5 %, +8 % : environ +4,12 % par an.

6 Modéliser

$$f(x) = k \times a^x$$

- $f(x) = k \times a^x$: $k = f(0)$ valeur initiale, $a = 1 + t$ coefficient annuel.
- Un tableau de valeurs encadre le moment où un seuil est franchi.

Pièges à éviter

- Diviser le taux annuel par 12 au lieu de calculer (1 + t)^(1/12) − 1.
- Faire la moyenne des taux au lieu de passer par le coefficient global.
- Écrire a^x × a^y = a^(xy) : les exposants s'additionnent.
- Croire qu'un exposant négatif donne un nombre négatif.
- Oublier les parenthèses : 8^1/3 donne 8/3, pas 2.